

ANALYSE FIABILISTE DE LA STABILITÉ DES TALUS - PROPOSITION D'AMÉLIORATION DE LA PEM

HADERBACHE LAHLOU^{1,2}, LAOUAMI NASSER¹

⁰¹ CGS, Centre National de Recherche Appliquée en Génie Parasismique, 1 rue Kaddour Rahim BP 252 Hussein Dey Alger

⁰² USTHB, Université des Sciences et Technologie Houari Boumediène, Faculté de Génie Civil, BP 32 El-Alia, Bab Ezzouar, Alger. (lahlou_hader@yahoo.com)

RÉSUMÉ

Dans cette étude, la stabilité des sols en pente est étudiée en utilisant la méthode des équilibres limite (méthode des tranches). L'aspect aléatoire des fluctuations des propriétés du sol est introduit dans la formulation des propriétés du sol dans le cadre de la méthode du point estimé (PEM), validée par la méthode de Monte Carlo (MCM). L'originalité de ce travail réside dans le fait que ces fluctuations sont introduites explicitement dans la PEM classique puis validée par la MCM. Par ailleurs, l'autre originalité de ce travail est que ces fluctuations sont généralement insérées dans le cadre de la méthode des éléments finis. Dans cette étude, elles sont insérées dans le cadre de la méthode des tranches. Ce travail est élaboré en utilisant un programme conçu par nous-mêmes et interactif avec une base de données Access.

MOTS-CLÉS : Pente, Fluctuation, PEM, Tranche, Dispersion, MCM.

1. Introduction

En réalité, les sols naturels sont rarement homogènes. Les incertitudes liées aux variations des propriétés intrinsèques du sol selon les directions de l'espace deviennent un grand problème. En fait, autant la puissance des formulations déterministes pour décrire un phénomène étudié est bonne, autant les résultats peuvent être complètement erronés si les propriétés du sol utilisées dans les calculs sont loin de la réalité in situ du sol.

La raison de ces incertitudes liées aux propriétés du sol, telles que suggérées dans la littérature (Elketeb, Nour, Malkawi, etc), sont résumées par la variation de la contrainte d'un point à un autre du sol. Cette variation est due à l'histoire de chargement du sol et les erreurs de mesures (de l'homme et / ou du matériel) ou par la collecte des données de terrain sur des temps longs Réf [4]. A la fin, ces incertitudes peuvent apparaître dans les modèles déterministes mal formulés Réf [2]. Bien sûr, la manière idéale pour éviter ces problèmes est de faire des mesures à chaque point du sol, ce qui est pratiquement impossible à réaliser.

Par conséquent, les méthodes probabilistes nous donnent une solution en raisonnant non pas en termes d'une valeur unique des propriétés du sol, mais en termes de la tendance et de la dispersion de ces propriétés du sol. Ces dernières sont prises dans le modèle probabiliste comme des variables aléatoires (VA).

De ce fait, la variabilité spatiale de la VA est décomposée en terme de tendance déterministe (qui influence la formation du sol pendant de longues périodes) et les fluctuations aléatoires de courte durée du cycle de formation du sol de cette tendance déterministe Réf [5] [8] [19]. La propagation de la variation de ces fluctuations d'un point à un autre dans le sol est également un paramètre très important pour décrire la variabilité naturelle des propriétés mécaniques du sol.

Dans cette étude, afin de quantifier la valeur tendance et la dispersion des facteurs de sécurité (FS) d'une pente en fonction de la tendance et la dispersion des VA, on utilise la méthode du point estimé (PEM) validée par la méthode de Monte Carlo (MCM). Il est toutefois bien connu que la MCM a un temps de calcul machine prohibitif par rapport à la PEM, d'où l'avantage d'utiliser cette dernière. Malheureusement, la PEM ne prend pas en compte explicitement la fluctuation de la VA. Donc, on propose, dans cette étude, de l'incorporer dans le PEM.

Les deux VA utilisées dans cette étude sont la cohésion et la tangente de l'angle de frottement effectif ($\tan \varphi'$). Elles sont indépendantes et ont une distribution Log normal. Ce choix est motivé par le fait que les deux VA sont positives Réf [16] [17] et sont utilisées par le critère de Mohr-Coulomb qui

régit la rupture de la surface de glissement pour un sol en pente donné. Pour la formulation du FS utilisée dans cette étude pour estimer la stabilité de la pente, nous avons utilisé la méthode de Zhu et al Réf [12]. La méthode de Zhu et al. est basée sur la méthode GLEM (méthode d'équilibre limite générale). En fait, les études utilisant un champ aléatoire sont souvent utilisées dans le cadre de la méthode des éléments finis (FEM). Dans cette étude, on se propose d'utiliser ce concept de fluctuations dans le cadre de la GLEM.

Pour mener à bien cette tâche, un code de calcul est créé, à interface visuel, interactif avec une base de données Access. Le langage de programmation utilisé est le visual basic.6 (vb6) qui repose sur la notion de programmation orientée objet (P.O.O).

2. Rappel de la MCM et de la PEM et amélioration apportée à la PEM dans le cadre de cette étude.

2. 1. Rappel de la Méthode du Point Estimé (PEM)

La PEM utilisée dans cette étude est celle de Rosenblueth (1975, 1981) Réf [11] [14]. C'est une méthode essentiellement de pondération qui rappelle les formules discrétisées par des échantillons de points caractérisés par des poids. La PEM utilise deux moments (la moyenne et la variance) si la densité de probabilité (*Pdf*) de la VA étudiée est symétrique. Dans le cas d'une VA ayant une *Pdf* non symétriques (Log normal par exemple), trois moments (la moyenne, la variance et le coefficient d'asymétrie) sont utilisés.

Fondamentalement parlant, cette méthode cherche à remplacer la densité de probabilité (*Pdf*) par une fonction discrète ayant les mêmes trois premiers moments que ceux de la *Pdf* elle-même. Toutefois, la PEM ne prend pas explicitement en compte dans sa formulation l'étendue de la fluctuation des propriétés du sol (considérées comme VA) autour de leurs tendances (moyennes).

Si $f_X(x)$ est une fonction avec seulement une seule VA (de moyenne, variance et coefficient d'asymétrie connus) (Fig.1), Rosenblueth donne quatre conditions qui doivent être satisfaites pour que la variable aléatoire X en question soit correctement modélisée.

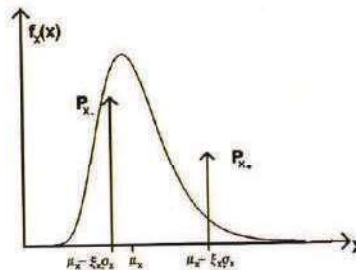


Figure 1 : PEM distribution et points estimés pour une seule VA Réf [17]

$$\begin{cases} P_+ + P_- = 1 \\ X_+ P_+ + X_- P_- = \mu_X \\ P_+(X_+ - \mu_X)^2 + P_-(X_- - \mu_X)^2 = \sigma_X^2 \\ P_+(X_+ - \mu_X)^3 + P_-(X_- - \mu_X)^3 = \nu_X \sigma_X^3 \end{cases} \quad (1)$$

Où σ_X : écart type ; μ_X : sa moyenne ; ν_X : coefficient d'asymétrie; X : est la VA.

La solution du système d'Eq (1) est :

$$X_+ = \mu_X + \xi_+ \sigma_X \quad (2)$$

$$X_- = \mu_X - \xi_- \sigma_X \quad (3)$$

$$P_- = 1 - P_+ \quad (4)$$

$$P_+ = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\left(\frac{\nu_X}{2}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\nu_X}{2}\right)^2}} \right] \quad (5)$$

$$\xi_{X+} = \frac{\nu_X}{2} + \left(1 + \left(\frac{\nu_X}{2}\right)^2\right)^{1/2} \quad (6)$$

$$\xi_{X-} = \xi_{X+} - \nu_X \quad (7)$$

Si la Pdf de X est symétrique, $\nu_X = 0$ et $\xi_+ = \xi_- = 1$.

Si on a (n) VA traitées, nous aurons 2^n points échantillons; deux points pour chaque VA. Pour $n=2$ (2VA), quatre points d'échantillons établis comme:

$$\begin{cases} FS_{++}(\mu_X + \xi_{X+} \sigma_X, \mu_Y + \xi_{Y+} \sigma_Y) \\ FS_{+-}(\mu_X + \xi_{X+} \sigma_X, \mu_Y - \xi_{Y-} \sigma_Y) \\ FS_{-+}(\mu_X - \xi_{X-} \sigma_X, \mu_Y + \xi_{Y+} \sigma_Y) \\ FS_{--}(\mu_X - \xi_{X-} \sigma_X, \mu_Y - \xi_{Y-} \sigma_Y) \end{cases} \quad (8)$$

Pour deux VA dépendantes, les poids P_x et P_y (x et y étant deux VA) sont liés (Fi.g2) selon :

$$P_{S1S2} = P_{S1} P_{S2} + S1S2(\rho_{XY} / ((1 + (\nu_X / 2)^2)(1 + (\nu_Y / 2)^2))^{1/2}) \quad (9)$$

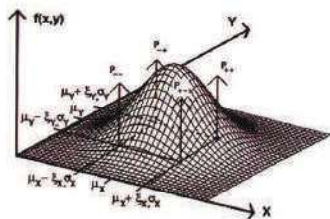


Figure 2 : PEM distribution et points estimés pour deux VA Réf [17]

Où ρ_{XY} est le coefficient de cross corrélation entre les deux variables aléatoires X et Y, les (si) dans l'Eq 9, sont les signes (+) pour les points plus grands que la moyenne et (-) pour les points plus petits que la moyenne. L'Eq (9) est valable pour une Pdf non symétrique i.e. quand les VA sont dépendantes ($\rho_{XY} \neq 0$). Si les deux VA sont indépendantes $\rho_{XY} = 0$. Pxs1 et Pxs2 sont les poids des variables aléatoires X et Y évaluées comme VA indépendantes ($\rho_{XY} \neq 0$).

La moyenne et la variance du FS (facteur de sécurité de la pente) sont établies comme :

$$\mu_{FS} = \sum_{i=1}^{2^n} P_i FS_i \quad (10)$$

$$\sigma_{FS}^2 = \sum_{i=1}^{2^n} P_i (FS_i - \mu_{FS})^2 \quad (11)$$

Dans le cadre de la loi log normal, (10) et (11) deviennent:

$$\mu_{Ln(FS)} = Ln(\mu_{FS}) - \frac{\sigma_{Ln(FS)}^2}{2} \quad (12)$$

$$\sigma_{Ln(FS)}^2 = Ln(1 + Cv^2) \quad (13)$$

$$Cv = \sigma_{FS} / \mu_{FS} \quad (13-1)$$

$Cv, \mu_{FS}, \sigma_{FS}$ étant respectivement le coefficient de variation, la moyenne et l'écart type de FS.

2. 2. Rappel de la méthode de Monte Carlo (MCM)

La méthode de Monte Carlo fournit des solutions approximatives à une variété de problèmes mathématiques en exécutant des expériences statistiques sur ordinateur. La méthode s'applique aux problèmes dont on n'a pas a priori une information sur la distribution de probabilité, aussi bien qu'à ceux ayant une distribution probabiliste inhérente. Réf [19]

La méthode de simulation de Monte Carlo est basée sur le principe suivant : pour avoir une distribution de probabilité fiable d'une variable aléatoire, il suffit d'avoir un nombre très important de la population, Réf [19]

Dans cette technique, un grand nombre de variables du sol telles que la résistance au cisaillement, angle de frottement interne du sol, peut être échantillonné de leur distribution de probabilité connue (ou supposée). A cet effet, la fonction de densité de probabilité pour chacune des variables du sol doit être spécifiée. Ensuite, le facteur de sécurité correspondant de chaque série est calculé. Réf [7]

L'aspect aléatoire dans la génération des échantillons de VA, est assuré dans un des termes décrivant l'équation

de la fluctuation (Dfp), comme il sera établi un peu plus loin lorsqu'on abordera le champ aléatoire des propriétés du sol.

Enfin, il y a lieu de noter que la MCM n'a connu une attention particulière qu'à la suite de la vaste disponibilité des systèmes informatiques peu coûteux. Toutefois, le temps d'exécution de cette méthode est très onéreux en temps machine.

2. 3. Variables aléatoires (VA)

Deux VA indépendantes (cohésion et tangente de l'angle de frottement effectif $\tan(\varphi')$) sont considérées pour cette étude. Elles sont positives Réf [16] [17], aussi adopte-t-on la distribution log normal pour les deux VA choisies

2. 3. 1. Méthode de Monte Carlo (MCM)

La moyenne et la variance des deux VA sont établies comme suit :

$$\mu_{\ln(X)} = \ln(\mu_X) - \frac{\sigma_{\ln(X)}^2}{2} \tag{14}$$

$$\sigma_{\ln(X)}^2 = \ln(1 + CV_X^2) \tag{15}$$

$$X = \exp(\mu_{\ln(X)} + Dfp\sigma_{\ln(X)}) \tag{16}$$

X : est la VA (cohésion ou $\tan(\varphi')$) considérée, Dfp est la fluctuation dont la moyenne est nulle et l'écart type égal à l'unité (=1), CV_X étant le coefficient de variation de la VA X et φ' l'angle de frottement effectif. CV_X , μ_X sont, respectivement, le coefficient de variation et la moyenne de X.

2. 3. 2. Amélioration apportée dans la méthode du point estimé (PEM)

Dans le cadre de cette méthode, l'aspect log normal des VA est assuré dans les Eq (6) et (7) par le coefficient d'asymétrie. Ce dernier est donné pour la distribution log normal par :

$$v_x = \left(2 + e^{-2\ln(3)}\right) \sqrt{\left(e^{6\ln(3)} - 1\right)} \tag{17}$$

Si nous introduisons l'Eq (15) dans l'Eq (17), nous aurons, Réf [6] [17] :

$$v_x = 3CV_X + CV_X^3 \tag{18}$$

L'Eq (18), plus simple, est utilisée dans cette étude.

$CV_X = \sigma_X / \mu_X$: le coefficient de variation de la variable aléatoire X.

La fluctuation Dfp n'est pas utilisée de manière explicite dans la PEM. On se propose de l'inclure de manière explicite dans la présente étude. En effet, les

Eq (2), (3), (4) et (5) sont obtenues comme solutions du système d'équations (1). Si on répète la même opération en substituant σ_X par $(Dfp\sigma_X)$ dans (1), les relations (2) et (3) deviennent:

$$X_+ = \mu_X + \xi_+ Dfp\sigma_X \tag{19}$$

$$X_- = \mu_X + \xi_- Dfp\sigma_X \tag{20}$$

Nous pensons que cette approche est raisonnable, car dans le processus de résolution de l'Eq (1), σ_X (constante) peut être facilement remplacée, durant les étapes de résolution, par $Dfp\sigma_X$ sans changer la forme finale du résultat. Aussi, l'Eq (8) sera révisée pour avoir la nouvelle forme suivante :

$$\begin{cases} Fs_+(\mu_+ + \xi_+ Dfp\sigma_+, \mu_+ + \xi_+ Dfp\sigma_+) \\ Fs_-(\mu_+ + \xi_+ Dfp\sigma_+, \mu_+ - \xi_+ Dfp\sigma_+) \\ Fs_-(\mu_+ - \xi_+ Dfp\sigma_+, \mu_+ + \xi_+ Dfp\sigma_+) \\ Fs_-(\mu_+ - \xi_+ Dfp\sigma_+, \mu_+ - \xi_+ Dfp\sigma_+) \end{cases} \tag{21}$$

L'Eq (21) est équivalente à l'Eq (8) si la fluctuation $Dfp=1$, i.e. la PEM classique.

Ce changement est intéressant dans la mesure où la MCM a un temps de calcul machine très onéreux comparé à la PEM, d'où l'avantage d'utiliser cette dernière méthode dont la forme classique souffre de la non introduction de Dfp de manière explicite.

3. Le champ aléatoire des propriétés du sol (VA)

A cause des incertitudes observées quand on mesure les propriétés du sol (in-situ), la variabilité spatiale de ces propriétés est décomposée en deux parties. La première partie est la tendance (moyenne déterministe), et la deuxième partie (fluctuation) est aléatoire et décrit le comportement aléatoire de cette propriété du sol autour de sa tendance. Le modèle de comportement des propriétés du sol est dans ce cas établi comme suit, Réf [5] [8] [9] :

$$f_s(x, y) = \mathfrak{R}\left[f_{\text{sp}}(x, y) + \sigma_p Dfp(x, y)\right] \tag{22}$$

\mathfrak{R} est la transformation qui tient compte du processus gaussien $Dfp(x, y)$ dans la distribution appropriée pour une propriété du sol $f_s(x, y)$, σ_p est l'écart type.

Aussi,

$$Dfp(x, y) = \sum_{m=1}^2 Dg_m(x, y) \tag{23}$$

Ici, $p = 1$ correspond à la cohésion et $p = 2$ correspond à $\tan(\varphi')$. $Dg_m(x, y)$ pour la même relation (dans le cas d'un espace bidimensionnel) a une moyenne nulle et une variance unitaire Réf [8][9] :

$$Dg_{\mu\nu}(x, y) = \sqrt{2} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} A_{\alpha\beta} [\cos(\kappa_{\alpha}x + \kappa_{\beta}y + \Omega_{\alpha\beta}) + \cos(\kappa_{\alpha}x - \kappa_{\beta}y + \Psi_{\alpha\beta})] \quad (24)$$

$$\text{Avec: } A_{\alpha\beta} = H_{\alpha\beta}(\kappa_{\alpha}, \kappa_{\beta}) \sqrt{2\Delta\kappa_{\alpha}\Delta\kappa_{\beta}} \quad (25)$$

L'Eq 24 assure aussi l'inter-corrélation entre les deux VA choisies. $\Omega_{\alpha\beta}$ et $\Psi_{\alpha\beta}$ sont aléatoires et représentent l'angle de phases aléatoires distribuées uniformément sur l'intervalle $[0; 2\pi]$. Ces deux paramètres caractérisent la génération aléatoire d'échantillons. Les coefficients $H_{\alpha\beta}$ (Eq 25) sont obtenus de la matrice de densité cross spectrale $S(k_x, k_y)$ ci-dessous:

$$S(\kappa_x, \kappa_y) = \begin{bmatrix} S_{cc} & S_{ce} \\ S_{ce} & S_{ee} \end{bmatrix} = HH^T; \quad \varepsilon = \tan(\varphi') \quad (26)$$

$$S(\kappa_x, \kappa_y) = \begin{bmatrix} H_{11} & 0 \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ 0 & H_{22} \end{bmatrix}$$

Les éléments de la matrice H sont déduits par une décomposition de Cholesky de la matrice S. k_x et k_y sont les nombres d'ondes dans les directions x et y.

$$\begin{cases} \kappa_x = k\Delta\kappa_x & ; \quad \kappa_y = l\Delta\kappa_y \\ \kappa_x = N_x\Delta\kappa_x & ; \quad \kappa_y = N_y\Delta\kappa_y \end{cases} \quad (27)$$

Les pas en nombres d'ondes $\Delta\kappa_x$ et $\Delta\kappa_y$ sont évalués à partir de la représentation de S (k_x, k_y) et des nombres d'ondes de coupures K_{x0} et K_{y0} pour N_x et N_y incréments, respectivement, Réf [19]. Les éléments de cross corrélation de la matrice densité spectrale de puissance S sont donnés par :

$$S_{ce} = \sqrt{S_{cc}S_{ee}} \cdot \rho_{ce} \quad (28)$$

$$\varepsilon = \tan(\varphi')$$

$$\rho_{ce} = \frac{\text{mean}(Ce) - \text{mean}(C)\text{mean}(e)}{\sigma_e \sigma_c} \quad (29)$$

$$\begin{cases} H_{11} = \sqrt{S_{cc}} \\ H_{22} = \sqrt{S_{ee}} \sqrt{1 - \rho_{ce}^2} \\ H_{21} = \sqrt{S_{ee}} \cdot \rho_{ce} \end{cases} \quad (30)$$

ρ_{ce} : assure l'inter-corrélation entre les deux VA. Toutefois, nous considérons dans cette étude que $S_{cc} = S_{ee} = S$. L'expression de S est donnée pour une variance unitaire comme:

$$S(\kappa_x, \kappa_y) = \frac{\sigma^2}{4\pi} \exp\left[-\left(\frac{\kappa_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{\kappa_y b}{2}\right)^2 \right] \quad (31)$$

Les constantes (a) et (b) représentent les longueurs de corrélation respectivement horizontale et verticale. Dans cette étude, on prendra $a_{La(C)} = a_{La(\varepsilon)}$ et $a_{La(C)} = a_{La(\varepsilon)}$ la moyenne et l'écart type des deux VA seront considérées comme constantes.

Toutefois, la fluctuation des VA est généralement utilisée dans le cadre de la méthode des éléments finis (FEM), Réf [8], [9], [18]. On l'utilisera dans le cadre de cette étude dans la méthode des équilibres limite générale (GLEM). La méthode utilisée pour le calcul du FS de la pente est celle de Zhu et al., Réf [12]. Dans notre approche, nous remplacerons l'élément fini (FEM) par la tranche de sol (GLEM) du coin glissant. Les deux VA (cohésion et $\varepsilon = \tan(\varphi')$) sont considérées indépendantes. Donc, dans les Eq (9), (28), (29) et (30), le coefficient de cross corrélation entre les deux VA est égal à zéro tout le long de cette étude. A la fin, nous avons considéré dans le processus itératif pour calculer le FS de Zhu et al., la fluctuation $Df\beta$ étant constante pour un même FS durant les itérations pour calculer le même FS.

4. Indice de fiabilité

L'idée d'avoir confiance uniquement en un seul FS, pour dire qu'une pente donnée est stable ou non, est insuffisante. En effet, la dispersion des valeurs du FS, due justement aux incertitudes inhérentes au sol, joue un rôle non négligeable sur la stabilité de la pente de sol. Les résultats d'un calcul probabiliste peuvent contredire carrément les conclusions déterministes à cause de la dispersion des valeurs des VA mesurées. Aussi, une étude fiabiliste sera plus efficace. L'indice de fiabilité dans ce cas est donné par : Réf [7][1]

$$\beta = (\mu_{FS} - L) / \sigma_{FS} \quad (32)$$

La forme log normal de l'Eq 32 est donnée par , Réf [15][3] [2] :

$$\beta = \mu_{Ln(FS)} / \sigma_{Ln(FS)} \quad (33)$$

$\mu_{Ln(FS)}$ et $\sigma_{Ln(FS)}$ sont respectivement définis par les Eq. (12) et (13).

Dans notre étude, le facteur de sécurité est considéré positif c'est pourquoi nous utiliserons l'Eq. (33).

5. Données utilisées dans le calcul de l'analyse pseudo-statique

En utilisant pour le calcul du FS la formulation de Zhu et al., Réf [12], l'analyse pseudo-statique est étudiée en terme fiabiliste en utilisant les hypothèses

suivantes :

- Nous utiliserons l'exemple de la Fig. 3 (Tableau 1)

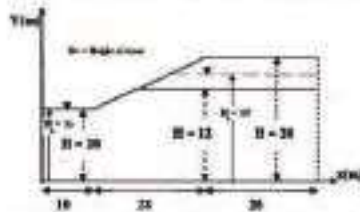


Figure 3 : Profil de deux couches (H = hauteur de la couche d'eau)

N° couche	1	2
Épaisseur (m)	8	12
C' (kN/m ²)	32.74	27
γ_{sat} (kN/m ³)	11.852	14.23
φ' (Deg)	12	10

- 300 Tranches sont utilisées dans cet exemple;
- γ_{sat} : Densité saturée du sol;
- φ' : Angle de frottement effectif (degré);
- C' : Cohésion effective;

Tableau 1 : Caractéristiques du sol

- Le coefficient de variation de la cohésion C_{vc} varie entre (0,1 et 1). Pour le coefficient de variation de $\varepsilon = \tan(\varphi')$; $C_{v\varepsilon}$ varie entre (0,05 et 0,2) Réf [7]
- Les deux VA (cohésion et $\tan(\varphi')$) sont incorporés dans le critère de Mohr-Coulomb pour évaluer la stabilité de la pente en utilisant la formulation de Zhu et al., Réf [12].
- Les deux méthodes probabilistes utilisées sont : La PEM (classique et améliorée) validée par la MCM.
- $a_{Lx(C)} = a_{Lx(\varepsilon)} = 10 \text{ m}$ (longueur de corrélation horizontale) et $b_{Lx(C)} = b_{Lx(\varepsilon)} = 1.2 \text{ m}$ (longueur de corrélation verticale).
- La moyenne et l'écart-type sont constants pour les deux VA.
- Les deux VA (cohésion et $\varepsilon = \tan(\varphi')$) sont indépendantes et calculées au pied de chaque tranche du coin glissant.

Pour calculer le FS de Zhu et al., Réf [12], les données suivantes sont utilisées :

- Les coordonnées du cercle de rupture probable: rayon $R = 20.6 \text{ m}$; centre du cercle $x_c = 16 \text{ m}$ et $y_c = -22 \text{ m}$; le point A ($x_A = 34.8 \text{ m}$ et $y_A = 20 \text{ m}$) et B ($x_B = 2 \text{ m}$ et $y_B = 10 \text{ m}$), (Fig.4)

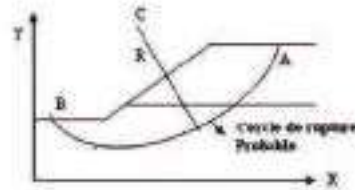


Figure 4 : Cercle de rupture probable

- La tolérance utilisée pour le processus d'itérations pour le facteur de sécurité FS et l'inclinaison des forces inter-tranche (λ) (Fig.5) est de 0.0001. ($\Delta FS = \Delta \lambda = 0.0001$)
- La fonction inter-tranche est prise constante : $f_i = f_i - 1 = 1.85$ (Fig. 5)
- Le coefficient sinique horizontal $Kc = 0.02$ (Fig. 5)
- La charge concentrée $Q_i = 0$. L'indice i représente le numéro de la tranche de sol du coin glissant. W_i est le poids de la tranche i ; α_i pente de la tranche i ; E_i est la force horizontale inter-tranche; b_i est la largeur de la tranche et h_i sa hauteur; u_i est la surpression de l'eau; (C') cohésion effective (Fig. 5)

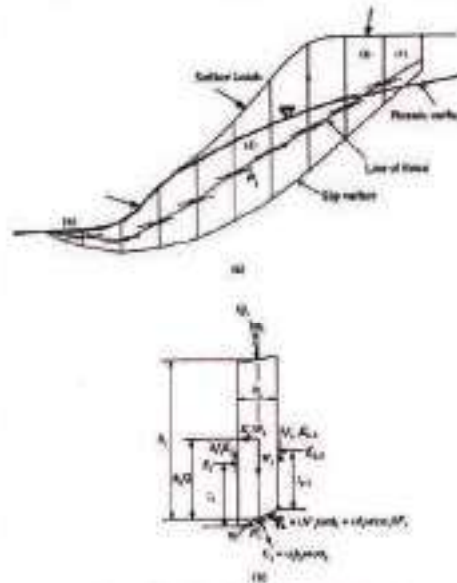


Figure 5 : (a) coin glissant. (b) tranche de sol. E_i : force inter-tranche. (Réf [12])

6. Méthodologie et programme de calcul

6. 1. Partie commune entre la MCM et la PEM

La première chose à faire est de choisir un cercle de rupture probable (Fig.4). Le coin glissant délimité par le cercle de rupture probable choisi est subdivisé

en tranches. Les deux VA retenues sont évaluées à la base de chaque tranche.

6. 2. Pour la méthode de Monte Carlo (MCM)

Lors de l'utilisation de la MCM, on doit d'abord vérifier que le nombre d'échantillons choisis donne une valeur stable de l'indice de fiabilité (Fig.6).

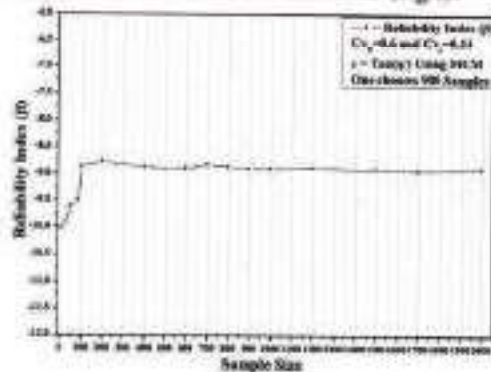


Figure 6 : le nombre d'échantillons choisis est 900 dans ce cas.

Pour chaque échantillon choisi de la VA, un facteur de sécurité est calculé en utilisant la méthode de Zhu et al., Réf [12]. Les équations utilisées, dans ce cas, pour les deux VA sont Eq (14), (15) et (16).

L'aspect aléatoire des valeurs des deux VA est assuré par certains termes de la fluctuation D_{fp} . Dans le cas de la Fig.6, il a été calculé 900 FS. Nous calculerons d'abord leurs moyennes et leurs écart-types (STD). La moyenne et l'écart-type ainsi calculés sont réutilisés dans les relations Eq (12), (13), et (13-1).

A la dernière étape, on calculera l'indice de fiabilité en utilisant l'Eq (33).

6. 3. Pour la méthode du point estimé (PEM)

Pour la PEM, on calcule les deux VA en utilisant les Eq (19) et (20). Ensuite, en utilisant l'Eq (21), on calcule quatre FS. La forme log normal dans les deux VA est assurée par l'Eq (18). Enfin, l'aspect aléatoire des valeurs des deux VA est assuré par la fluctuation D_{fp} .

La moyenne et l'écart type (STD) des FS sont calculés par les Eq (10) (11). Après quoi, on calculera la forme log normal de la moyenne ainsi que de l'écart-type en utilisant les Eq (12), (13) et (13-1).

Bien sûr, à la dernière étape, on calculera l'indice de fiabilité en utilisant l'Eq (33).

6. 4. Programme de calcul utilisé

Comme nous l'avons souligné à la fin de l'introduction, un code de calcul est créé, interactif avec une base

de données Access. Le langage de programmation utilisé est le visual basic.6 (vb6) qui repose sur la notion de programmation orientée objet (P.O.O). La conception de ce langage est faite de manière à faciliter l'interaction souple et rapide avec la base de données (BD) Access qui est considérée comme un objet. Grâce à cette précieuse souplesse entre le Vb6 et la BD, il est possible de faciliter les opérations de calcul entre les différents paramètres composant les tables d'Access. Le traitement de la masse d'informations relatives aux différents paramètres des tranches composant le coin glissant, sera souple et aisée. Nous éviterons, de ce fait, la fatigante et lourde interaction des programmes classiques avec les fichiers textes contenant des données formatées et utilisées comme input. La vitesse d'exécution du programme se retrouvera ainsi plus optimisée, puisque l'information est extraite par des requêtes Access qui ont la précieuse aptitude d'être facilement adaptable à l'information recherchée. L'interface graphique de vb6, bien connue par son élégance et sa simplicité, rajoute un plus non négligeable de facilité et de gain de temps dans le travail projeté.

7. Présentation des résultats

Les résultats recueillis en programmant la PEM (version classique et version améliorée obtenue en introduisant la fluctuation D_{fp}) et la MCM sont résumés dans le Tableau 2 et les Fig.7 et 8 ci-dessous.

pour un raspe ($C_v=0.4$, $C_s=0.5$) avec $\alpha = \tan(\beta)$
(Avec un Pentium 4 CPU: 2.8 GHz)

H: Heures; mn: Minutes; s: Secondes

	(MCM)	(PEM)
D_p (2)		
5H 13 mn	4 mn 43 s	1 mn 13s

Tableau 2 : Temps d'exécution

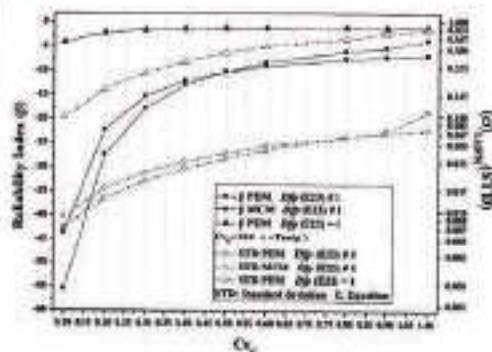


Figure 7 : Influence du C_v .

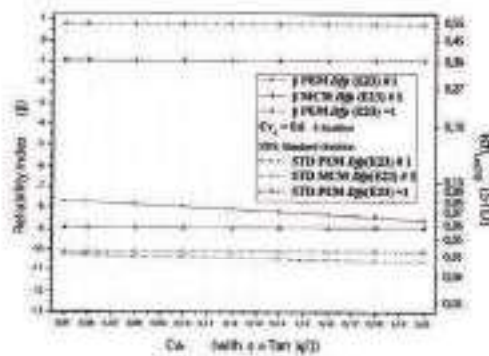


Figure 8: Influence du Cvc

Le tableau 2 montre les temps d'exécution de la PEM ($Dfp \neq 1$, $Dfp = 1$) et de la MCM pour un couple de coefficient de variation $Cvc = 0.6$, $Cv\phi = 0.14$ des deux VA. Un Pentium 4 ayant un CPU de 2.8 GHz est utilisé pour l'ensemble des exécutions effectuées.

La Fig.7, montre la variation de l'indice de fiabilité (en utilisant L'Eq 33) et l'écart-type version log normal des FS ($\sigma_{ln(FS)}$, Eq33) en fonction de Cvc avec $Cv\phi = 0.14$.

De même, la Fig.8, montre la variation de l'indice de fiabilité (en utilisant L'Eq 33) et l'écart type version log normal des FS ($\sigma_{ln(FS)}$, Eq33) en fonction de Cvc avec $Cv\phi = 0.6$.

Nous rappellerons de ce fait, que dans les Fig.7 et 8, les courbes tracées englobent la MCM et les deux versions, classique et améliorée de la PEM.

8. Discussion et conclusion

L'étude des sols en pente est plus sûre en utilisant l'approche fiabiliste, car notre raisonnement passera par le calcul de la moyenne et de l'écart type des FS. La stabilité des pentes est sensible à ces deux grandeurs. En effet, la moyenne symbolise l'aspect déterministe et c'est une grandeur moyenne (non ponctuelle), donc beaucoup plus près de la réalité du terrain. Pour la dispersion (STD), elle tient compte du caractère aléatoire des VA en la liant à sa fluctuation. La combinaison judicieuse de ces deux grandeurs impose une grande réalité quant à la fiabilité des résultats obtenus comparés à la réalité du terrain.

Au contraire de l'approche fiabiliste, l'approche ponctuelle classique (déterministe) dans le calcul de la stabilité des pentes, occulte le réel comportement de ces pentes dans la mesure où elle ignore les incertitudes (humaines et / ou matérielles) liées aux inputs (VA). Cette négligence a fait que, les outputs (FS) calculés seront erronés puisque les inputs sont loin de la réalité in situ.

En effet, si pour une construction donnée bâtie sur une vaste surface, on ne tient pas compte de la dispersion

des valeurs des VA sur l'ensemble de la vaste surface, puis on fait un calcul déterministe avec des valeurs ponctuelles de ces VA, on peut trouver un $FS > 1$, mais l'étude fiabiliste peut contredire carrément les résultats déterministes obtenus. Car, dans la vaste surface où la construction est érigée, le sol est rarement homogène. Dans ce cas, la dispersion et l'aspect aléatoire (fluctuation) des VA s'imposent comme vérité incontournable.

Cependant, le coût du calcul de la stabilité de la pente est généralement plus prohibitif si on utilise la méthode fiabiliste (surtout en utilisant la MCM) comparé à l'approche classique déterministe. Aussi, le choix d'un taux optimisé raisonnable entre le temps de calcul et l'exactitude des résultats, nous a fait penser à introduire la fluctuation des VA dans la PEM classique en reformulant cette dernière. Cela nous économisera un temps de calcul fastidieux observé dans la MCM et nous donnera une marge d'exactitude acceptable comparée à l'étude déterministe classique.

Donc, les Fig.7 et 8 sont tracées pour mettre en évidence et valider un des buts fixés dans cette étude i.e. l'insertion de la fluctuation dans la PEM. Aussi, la Fig.7 montre trois courbes pour l'indice de fiabilité et trois autres courbes pour l'écart type (STD) des FS. Pour chacun des deux paramètres, deux courbes sont tracées pour valider la MCM (fluctuation $Dfp \neq 1$) avec PEM (fluctuation $Dfp \neq 1$) et la troisième courbe est tracée pour mettre en évidence l'effet de l'absence de la fluctuation ($Dfp = 1$) sur la PEM i.e. cette troisième courbe représente la PEM classique. On remarquera que l'effet de l'absence ou de la présence de la fluctuation est très clair et la marge de validation de la MCM ($Dfp \neq 1$) avec la PEM ($Dfp \neq 1$) est acceptable. La même conclusion peut être avancée pour la Fig.8, avec cependant la remarque que l'effet du coefficient de variation est plus important pour la cohésion (courbes non droites (Fig.7)) qu'il n'est pour $\tan(\phi)$ (la tendance des courbes est droite). Donc, la stabilité de la pente est beaucoup plus influencée par la dispersion des valeurs de la cohésion qu'elle ne l'est par l'angle de frottement effectif.

Le Tableau 2 montre la bonne performance en temps de la PEM ($Dfp \neq 1$) comparée à la MCM ($Dfp \neq 1$). Bien que le temps de calcul de la PEM ($Dfp = 1$) classique soit meilleur comparé à la PEM ($Dfp \neq 1$) reformulée, cette dernière l'emporte en exactitude des résultats (Fig. 7 et 8), puisque la MCM ($Dfp \neq 1$) est la référence en termes d'exactitude des résultats.

Dans l'approche probabiliste, une amélioration est ajoutée dans cette étude en introduisant la fluctuation des propriétés du sol de manière explicite à la PEM ($Dfp = 1$) classique. Cette reformulation de la PEM ($Dfp = 1$) classique est bénéfique dans la mesure où on a un gain d'exactitude des résultats et un gain dans le calcul en temps machine.

9. Références bibliographiques

- [1] Baecher Gregory B. and Christian John T. (2003) Reliability and statistics in geotechnical engineering John Wiley & sons; 2003.
- [2] Bafghi Ali-Reza Yarahmadi (2003) La méthode des groupes-clef probabiliste. En vue d'obtenir le grade de Docteur de l'INPL En Génie Civil - Hydrosystèmes - Géotechnique Institut National Polytechnique de Lorraine. (2003)
- [3] Duncan J. Michael and Wright Stephen.G. (2005) Soil strength and slope stability. John Wiley & sons; 2005.
- [4] Elkateb Tamer and Chalaturnyk Rick and Robertson Peter.K (2003) An overview of soil heterogeneity: quantification and implication on geotechnical field problems. *Can Geotech J*, 40:1-15 (2003)
- [5] Fenton G.A, (1990) Simulation and analysis of random fields. PhD thesis, Department of Civil Engineering and Operations Research, Princeton University, 1990.
- [6] Gilson de F. N. Gitirana Jr. (2005) Weather-related geo-hazard assessment model for rail way embankment stability. PHD Thesis University of Saskatchewan Saskatoon, Saskatchewan Canada. (2005)
- [7] Malkawi A.I.H, and Waleed.F.Hassan, and Fayez.A.Abdulla (2000), Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability. *Structural Safety* 22 (2000) 161-187 Elsevier Science Ltd (2000)
- [8] Nour Ali and Slimani Abdennasser and Laouami Nasser (2002) Foundation settlement statistics via finite element analysis. *Computers and Geotechnics* 29 (2002) 641-672 Elsevier Science Ltd (2002)
- [9] Nour Ali and Slimani Abdennasser and Laouami Nasser and Afra Hamid (2003) Finite element model for the probabilistic seismic response of heterogeneous soil profile. *Soil dynamics and Earthquake Engineering* 23 (2003) 331-348 Elsevier Science Ltd. (2003)
- [10] Terzaghi K. and Peck Ralph B. and Mesri Gholamreza (1996) Soil mechanics in engineering practice. Third edition John Wiley & sons; 1996.
- [11] Rosenblueth E., (1975) Point estimates for probability moments. In *Proc. Nat Acad. Sci. USA*, number 10, pages 3812-3814. 1975.
- [12] Zhu D.Y and Lee C.F and Qian Q.H and Chen G.R (2005) A concise algorithm for computing the factor of safety using the Morgenstern-Price method. *Can Geotech. J.*42:272-278 (2005).
- [13] B-W.Song (2002) The influence of initial static shear stress on post-cyclic degradation of non-plastic silt. *Lowland Technology International* Vol.4.No. 2, 14-24, December 2002. International Association of lowland Technology (IALT), ISSN 1344-9656 (2002)
- [14] Rosenblueth E., (1981) Two point estimates in probabilities. *App. Math. Modelling*, 5:329-335, 1981.
- [15] Fahd A., Jimenez R. (2008) A Genetic Algorithm for Identification of Slip Surfaces with Minimum Reliability. The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG) 1-6 October, 2008 Goa, India
- [16] Fenton G.A., Griffiths, D.V., and Williams, M.B., (2005) Reliability of traditional retaining wall design, *Géotechnique*, 55(1), 55-62, 2005. <http://www.engmath.dal.ca/engm/fenton/publist.html>
- [17] Griffiths D.V., Fenton G.A., and Tveten D.E., (2002) Probabilistic geotechnical analysis: How difficult does it need to be?, *Proceedings of the International Conference on Probabilistics in Geotechnics: Technical and Economic Risk Estimation*, R. Pottler, H. Klapperich and H. Schweiger (eds.), Graz, Austria, United Engineering Foundation, New York, Sep 2002. <http://www.engmath.dal.ca/engm/fenton/publist.html>
- [18] Yun Hang Chok B.E. (Hons), MIEAust (2008). Modeling the effects of soil variability and vegetation on stability of natural slopes. Thesis submitted for the Doctor of philosophy. University of Adelaide School of civil, Environmental and Mining Engineering; October 2008.
- [19] Nour Ali (2004). Investigation stochastique sur les milieux hétérogènes par la méthode des éléments finis. Thèse présentée pour l'obtention du Doctorat d'état. Université de Science et technologie Houari Boumedienne Mars 2004.